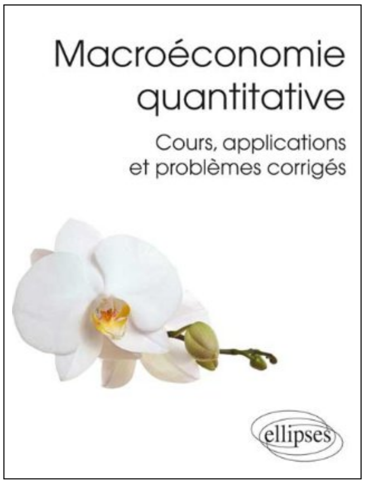


Application Chapitre 11 (corrigé)

Concurrence monopolistique

Dans ce document, je propose une correction de l'application du Chapitre 11 de mon manuel de Macroéconomie quantitative (p.145). Les fonctions et les données utiles sont disponibles sur mon site [a]. Un ou plusieurs scripts Octave/Matlab accompagnent également ce document, dont une partie des éléments qui sont repris et commentés ici, apparaissent sous une police à `chasse fixe`.

[a] www.christophecahn.fr/macroquant

Le modèle

On considère une économie déterministe, c.-à-d. en absence de choc agrégé, en temps discret indexé par $t \in \mathbf{N}$. Le bien final Y_t est utilisé comme numéraire. Il est produit par des entreprises concurrentielles à partir de la fonction de production

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}i\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

où $Y_t(i)$ est la quantité de bien intermédiaire i, acheté au prix $p_t(i)$, et $\epsilon > 0$ l'élasticité de substitution entre deux biens intermédiaires.

1a Montrer que la fonction de demande inverse en bien i s'écrit

$$p_t(i) = \left(\frac{Y_t(i)}{Y_t}\right)^{-1/\epsilon}.$$

Réponse : Le programme de l'entreprise représentative s'écrit

$$\max_{Y_t(i)} \left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}i\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} - \int_0^1 p_t(i) Y_t(i) \mathrm{d}i$$

La condition du premier ordre (CPO) s'écrit

$$Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}-1} \underbrace{\left(\int_0^1 Y_t(i)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} \mathrm{d}i\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}-1}}_{Y_t^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}} - p_t(i) = 0 \Rightarrow p_t(i) = \left(\frac{Y_t(i)}{Y_t}\right)^{-1/\epsilon}.$$

Les biens intermédiaires sont produits par des entreprises en concurrence monopolistique en utilisant la fonction de production Cobb-Douglas suivante

$$Y_t(i) = K_t(i)^{\theta} N_t(i)^{1-\theta}$$

avec $\theta \in (0,1)$, et $K_t(i)$, $N_t(i)$ les intrants de production capital et travail. Les entreprises louent leur facteurs capital et travail sur des marchés concurrentiels aux taux respectifs r_t et w_t. Ces entreprises reversent leurs profits Π_t aux ménages qui les détiennent.

1b Quels sont à l'équilibre symétrique les CPO des entreprises intermédiaires ? On notera $\mu \equiv \epsilon/(\epsilon-1)$

Réponse : Le programme de l'entreprise intermédiaire s'écrit

$$\max_{K_t(i),N_t(i)} \Pi_t = p_t(i)K_t(i)^\theta N_t(i)^{1-\theta} - r_t K_t(i) - w_t N_t(i)$$

sous la contrainte

$$p_t(i) = \left(\frac{Y_t(i)}{Y_t}\right)^{-1/\epsilon}$$

En substituant $p_t(i)$ et en dérivant le profit de l'entreprise par rapport à $K_t(i)$ il vient

$$\left(\frac{K_t(i)^\theta N_t(i)^{1-\theta}}{Y_t}\right)^{-1/\epsilon} K_t(i)^\theta N_t(i)^{1-\theta} - r_t K_t(i) - w_t N_t(i)$$

$$\frac{\theta}{\mu}\left(\frac{1}{Y_t}\right)^{-1/\epsilon} \frac{\left[K_t(i)^\theta N_t(i)^{(1-\theta)}\right]^{1-1/\epsilon}}{K_t(i)} = r_t$$

À l'équilibre symétrique, toutes les entreprises ont les mêmes décisions et donc $K_t(i) = K_t$, $N_t(i) = N_t\ \forall i$. On obtient donc

$$\frac{\theta}{\mu}\frac{Y_t}{K_t} = r_t$$

Avec un raisonnement similaire sur $N_t(i)$, on a également

$$\frac{1-\theta}{\mu}\frac{Y_t}{N_t} = w_t$$

L'économie est peuplée par un continuum de masse un de ménages identiques à durée de vie infinie. Les ménages offrent une unité de travail de manière inélastique. Pour un système de prix (r_t, w_t) donné, le programme d'optimisation du ménage représentatif s'écrit

$$\max_{\{C_t,K_{t+1}\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{C_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}$$

sous les contraintes

$$C_t + K_{t+1} \leq w_t + r_t K_t + (1-\delta)K_t + \Pi_t,\ \delta \in (0,1)$$

et $C_t \geq 0$, K_0 donné. On notera que le travail agrégé s'écrit $N_t = 1$.

1c Écrire les CPO du ménage et en déduire l'équation d'arbitrage intertemporel de la consommation.

Réponse : Le lagrangien associé au problème du ménage représentatif s'écrit

$$\mathscr{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \lambda_t(w_t + r_t K_t + (1-\delta)K_t + \Pi_t - C_t - K_{t+1})\right]$$

avec λ_t le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire du ménage. On peut noté que l'utilité marginale de la consommation tend vers l'infini quand la consommation est très petite, ce qui veut dire qu'il sera toujours optimal de consommer un peu et donc que la contrainte de positivité de la consommation est toujours vérifiée.

Les CPO du problème s'écrivent

$$\lambda_t = C_t^{-\sigma}$$

$$\lambda_t = \beta\lambda_{t+1}(r_{t+1} + 1 - \delta)$$

Ce qui donne l'équation d'arbitrage

$$C_t^{-\sigma} = \beta C_{t+1}^{-\sigma}(r_{t+1} + 1 - \delta)$$

1d Écrire la contrainte de ressources de l'économie.

Réponse : La contrainte du ménage s'écrit

$$C_t + K_{t+1} = w_t + r_t K_t + (1-\delta)K_t + \Pi_t$$

Le profit s'écrit

$$\Pi_t = (1 - 1/\mu)Y_t$$

Ces deux conditions combinées donnent

$$C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = Y_t$$

Analyse de l'état stationnaire

2a Écrire et résoudre l'état stationnaire du modèle.

Réponse : À l'état stationnaire, les équations du modèle s'écrivent

$$1 = \beta(r + 1 - \delta) \Rightarrow \boxed{r = 1/\beta - 1 + \delta}$$

$$\frac{Y}{K} = \frac{r\mu}{\theta} \Rightarrow \boxed{K = \left(\frac{\theta}{r\mu}\right)^{1/(1-\theta)}}$$

$$\boxed{Y = K^\theta}$$

$$\boxed{w = \frac{1-\theta}{\mu}Y}$$

$$\boxed{C = Y - \delta K}$$

On note $W_\mu(\omega)$ la grandeur

$$W_\mu(\omega) = \sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\frac{((1+\omega)C_t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

lorsque la concurrence monopolistique est caractérisée par un facteur de marge μ.

2b Calculer $W_\mu^*(\omega)$, le bien-être d'une économie en concurrence monopolistique à l'état stationnaire.

Réponse : Le bien-être à l'état stationnaire de l'économie s'écrit

$$W_\mu^*(\omega) = \sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\frac{((1+\omega)C)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} = \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t.$$

Puisque $\beta < 1$, on a

$$W_\mu^*(\omega) = \frac{((1+\omega)C(\mu))^{1-\sigma} - 1}{(1-\sigma)(1-\beta)}$$

où on a écrit explicitement la dépendance de C au facteur de marge μ.

*

On note $\omega^*(\mu)$ le coût en bien-être lié au degré de concurrence monopolistique caractérisé par μ, c'est-à-dire le niveau de compensation en unité de consommation qu'il faut donner au ménage représentatif pour qu'il soit indifférent entre rester dans une économie en concurrence monopolistique avec la compensation, ou dans une économie parfaitement concurrentielle sans la compensation.

2c Quelle est la relation entre $\omega^*(\cdot)$ et $W^*(\cdot)$?

Réponse : Un agent indifférent entre les deux situations tire une utilité identique dans les deux cas : (i) compensation + concurrence monopolistique et (ii) pas de compensation + concurrence parfaite. Formellement, ω^* vérifie

$$W_\mu^*(\omega_\mu^*) = W_1^*(0)$$

2d Calculer numériquement la valeur de $\omega^*(\mu = 1.20)$. On utilisera l'étalonnage suivant :

β	δ	θ	σ
0.97	0.07	0.40	2

Réponse : On peut écrire un petit script Matlab pour calculer ω^*, en notant que d'après la réponse à la question précédente, on a

$$\omega^*(\mu) = C(1)/C(\mu) - 1$$

```
bet = 0.97 ;
dep = 0.07 ;
tet = 0.40 ;
sig = 2.00 ;

% économie concurrence monopolistique
muu = 1.20 ;
r   = 1/bet - 1 + dep ;
K   = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
Y   = K^tet ;
Cm  = Y - dep*K ;

% économie concurrence monopolistique
muu = 1 ;
r   = 1/bet - 1 + dep ;
K   = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
Y   = K^tet ;
C1  = Y - dep*K ;

% coût en bien-être
ome = C1/Cm - 1
```

On trouve alors $\omega^*(1.20) = 6.1\%$, c'est-à-dire qu'il faudrait compenser de 6% de manière constante et à toutes les périodes la consommation d'un ménage pour que celui-ci accepte de vivre dans un monde en concurrence monopolistique plutôt que dans une économie concurrentielle. C'est donc une mesure du coût en bien-être de la concurrence imparfaite.

Analyse de la transition

3a Simuler à l'aide de dynare la dynamique transitionnelle d'une économie, préalablement à l'état stationnaire, subissant à la date 1 un choc de marge, de $\mu = 1.20$ à $\mu = 1$.

Réponse : On fera attention à la convention temporelle, notamment pour l'écriture du capital. Le fichier dynare peut s'écrire

```
var C K r w Y ;
varexo muu ;

parameters bet dep tet sig ;
bet = 0.97 ;
dep = 0.07 ;
tet = 0.40 ;
sig = 2.00 ;

model;
  Y = K(-1)^tet ;
  tet*Y = r*muu*K(-1) ;
  (1-tet)*Y = w*muu ;
  C^(-sig) = bet*C(+1)^(-sig)*(r(+1) + 1 - dep) ;
  C + K - (1-dep)*K(-1) = Y ;
end;

initval;
  muu = 1.2 ;
  r = 1/bet - 1 + dep ;
  K = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
  Y = K^tet ;
  C = Y - dep*K ;
  w = (1-tet)*Y/muu ;
end;

steady;

endval;
  muu = 1 ;
  r = 1/bet - 1 + dep ;
  K = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
  Y = K^tet ;
  C = Y - dep*K ;
  w = (1-tet)*Y/muu ;
end;

steady;

simul(periods=200);
```

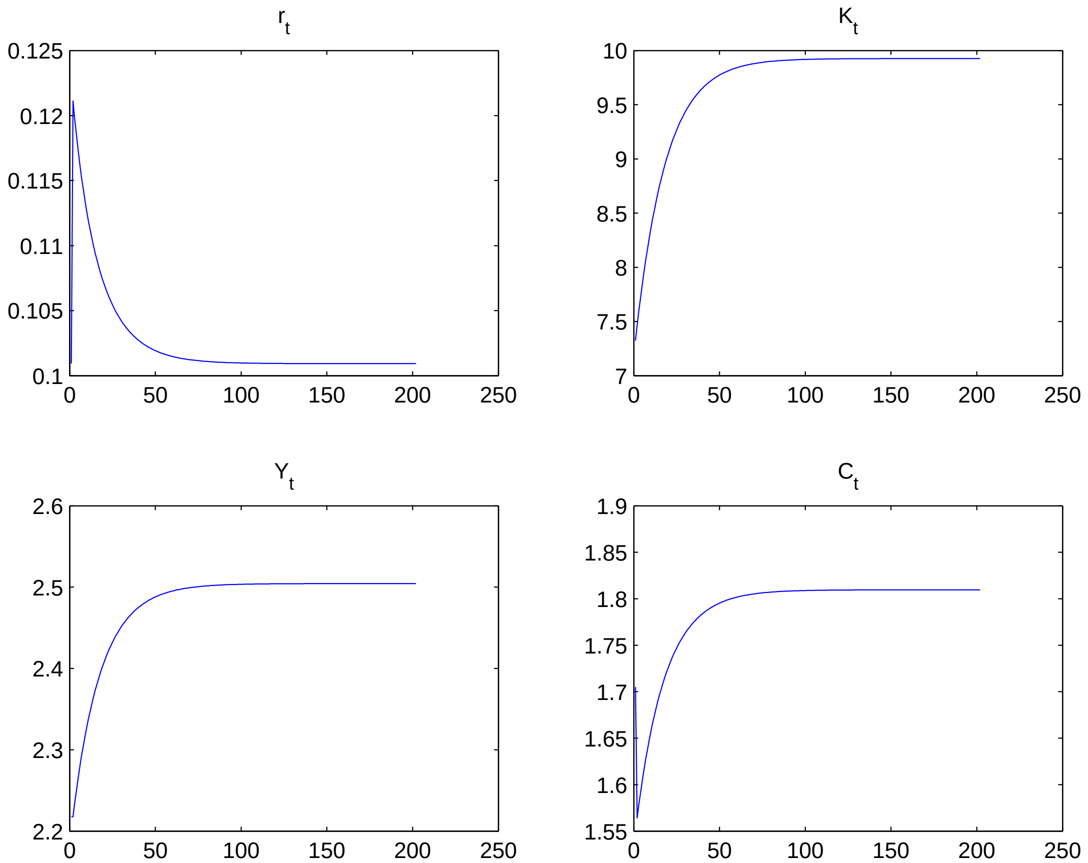
3b Dresser les graphes de la transition pour les variables r_t, K_t, Y_t et C_t. Commenter.

Réponse : Le script suivant permet de réaliser ces graphiques.

```
figure;
subplot(2,2,1); plot(r); title('r_t');
subplot(2,2,2); plot(K); title('K_t');
subplot(2,2,3); plot(Y); title('Y_t');
subplot(2,2,4); plot(C); title('C_t');
print('-dpdf','fig1');
```

On obtient la figure ??. On voit que le taux d'intérêt augmente dès la réalisation du choc puis

Figure 1 – Transition de μ = 1.20 vers une économie concurrentielle



revient à son niveau de long terme, indépendant de μ. Lors de l'annulation des marges, la demande des entreprises pour le facteur capital augmente instantanément, alors que l'offre s'ajuste plus progressivement. Le prix s'ajuste donc pour égaliser offre et demande. Le capital s'ajuste par la suite, ce qui fait augmenter la production. La consommation diminue à l'impact : afin de construire le stock de capital, le ménage privilégie l'investissement au détriment de la consommation. En revanche, le niveau de long terme de la consommation est supérieur.

3c Calculer $\omega(\mu)$, le coût en bien-être de la concurrence imparfaite en tenant compte de la transition. Commenter sa valeur.

Réponse : Le coût en bien-être de la concurrence imparfaite doit vérifier

$$W_\mu^*(\omega(\mu)) = W_1(0)$$

avec $W_1(0)$ la somme des flux actualisés d'utilité tiré de la consommation qui subit une transition entre deux états. Pour calculer la somme $W_1(0)$, nous n'avons plus de solution analytique, puisque elle vaut pour le régime permanent. En revanche, nous pouvons soit décomposer la somme en deux

$$W_1(0) = \sum_{t=0}^{T} \beta^t \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \sum_{t=T+1}^{\infty} \beta^t \frac{C(0)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}$$

pour T suffisamment grand pour que l'état stationnaire soit atteint. Le script suivant permet de faire un tel calcul, en utilisant les résultats de la simulation.

```
% on exclut les deux points limite qui correspondent
% aux valeurs de l'état stationnaire
W11 = sum(bet.^(0:200-1).*((C(2:end-1)').^(1-sig) - 1)/(1-sig)) ;
rss = 1/bet - 1 + dep ;
Kss = (tet/rss)^(1/(1-tet)) ;
Yss = Kss^tet ;
Css = Yss - dep*Kss ;
W12 = bet^200*(Css^(1-sig) - 1)/((1-sig)*(1-bet)) ;
W1  = W11 + W12 ;
```

On obtient $W_1(0) = 13.96$. Une autre façon de calculer cette valeur revient à exprimer le bien-être sous forme récursive

$$W_t = \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \beta W_{t+1}$$

et de simuler sa trajectoire avec `dynare`. Le fichier `mod` s'écrit alors

```
var C K r w Y W;
varexo muu ;

parameters bet dep tet sig ;
bet = 0.97 ;
dep = 0.07 ;
tet = 0.40 ;
sig = 2.00 ;

model;
  Y = K(-1)^tet ;
  tet*Y = r*muu*K(-1) ;
  (1-tet)*Y = w*muu ;
  C^(-sig) = bet*C(+1)^(-sig)*(r(+1) + 1 - dep) ;
  C + K - (1-dep)*K(-1) = Y ;
  W = (C^(1-sig)-1)/(1-sig) + bet*W(+1) ;
end;

initval;
  muu = 1.2 ;
```

```
  r = 1/bet - 1 + dep ;
  K = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
  Y = K^tet ;
  C = Y - dep*K ;
  w = (1-tet)*Y/muu ;
  W = (C^(1-sig)-1)/(1-sig)/(1-bet) ;
end;

steady;

endval;
  muu = 1 ;
  r = 1/bet - 1 + dep ;
  K = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
  Y = K^tet ;
  C = Y - dep*K ;
  w = (1-tet)*Y/muu ;
  W = (C^(1-sig)-1)/(1-sig)/(1-bet) ;
end;

steady;

simul(periods=200);
```

La valeur dans la première coordonnée du vecteur `W` est la valeur du bien-être à l'état stationnaire initial (concurrence imparfaite). Mais la valeur dans `W(2)` est la valeur du bien-être incluant toute la transition suivie par la consommation et on a bien `W(2)`= 13.96.

Nous avons donc

$$W_\mu^*(\omega(\mu)) = W_1(0) \Rightarrow \frac{((1+\omega)\,C(\mu))^{1-\sigma} - 1}{(1-\sigma)(1-\beta)} = W_1(0)$$

et donc

$$\omega(\mu) = \frac{1}{C(\mu)}\left[(1-\sigma)(1-\beta)\,W_1(0) + 1\right]^{1/(1-\sigma)} - 1$$

Sous matlab, on peut calculer cette grandeur de la manière suivante

```
muu = 1.20 ;
r = 1/bet - 1 + dep ;
Km = (tet/r/muu)^(1/(1-tet)) ;
Ym = Km^tet ;
Cm = Ym - dep*Km ;

ome2 = 1/Cm*((1-sig)*(1-bet)*W1 + 1)^(1/(1-sig)) - 1 ;
```

L'application numérique donne cette fois $\omega(\mu) = 0.9\%$. On trouve cette fois un coût de la concurrence imparfaite bien inférieur aux 6% trouvés dans la partie précédente, c'est-à-dire qu'en tenant compte de la transition, le gain à évoluer dans une économie concurrentielle (le coût à rester dans une économie en concurrence monopolistique) est diminué par la prise en compte de la transition. La transition est donc coûteuse, et de manière plutôt importante. Au cours de la transition, les ménages doivent investir et donc consommer moins pendant les premières périodes, et ce sont ces périodes qui sont le plus valorisées dans l'utilité intertemporelle. En conclusion, l'évaluation d'une politique économique doit tenir compte des effets liés à la transition, ces derniers pouvant être très importants.