

Application Chapitre 3 (corrigé)

Analyse du PIB des États-Unis

Dans ce document, je propose une correction de l'application du Chapitre 3 de mon manuel de Macroéconomie quantitative (p.41). Les fonctions et les données utiles sont disponibles sur mon site ^a. Un ou plusieurs scripts Octave/Matlab accompagnent également ce document, dont une partie des éléments qui sont repris et commentés ici, apparaissent sous une police à chasse fixe.

^a www.christophecahn.fr/macroquant

Étude du PIB des États-Unis

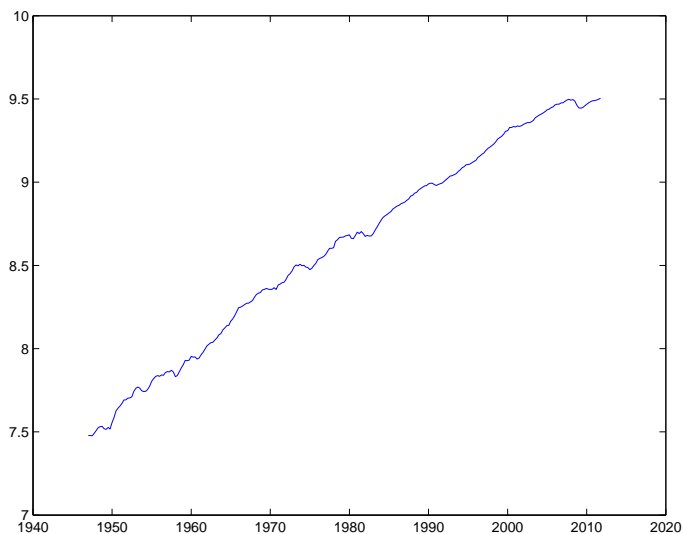
Le fichier `./data/USdata.txt` contient la série trimestrielle du produit intérieur brut (PIB) en volume des États-Unis et la série de dates correspondante.

1.a Écrire un ensemble de commandes (script) permettant créer les variables `YUS` et `t` contenant respectivement la série de PIB US et la série de dates correspondante [load].

```
load('./data/USdata.txt');
t = USdata(:,1);
YUS = USdata(:,2);
```

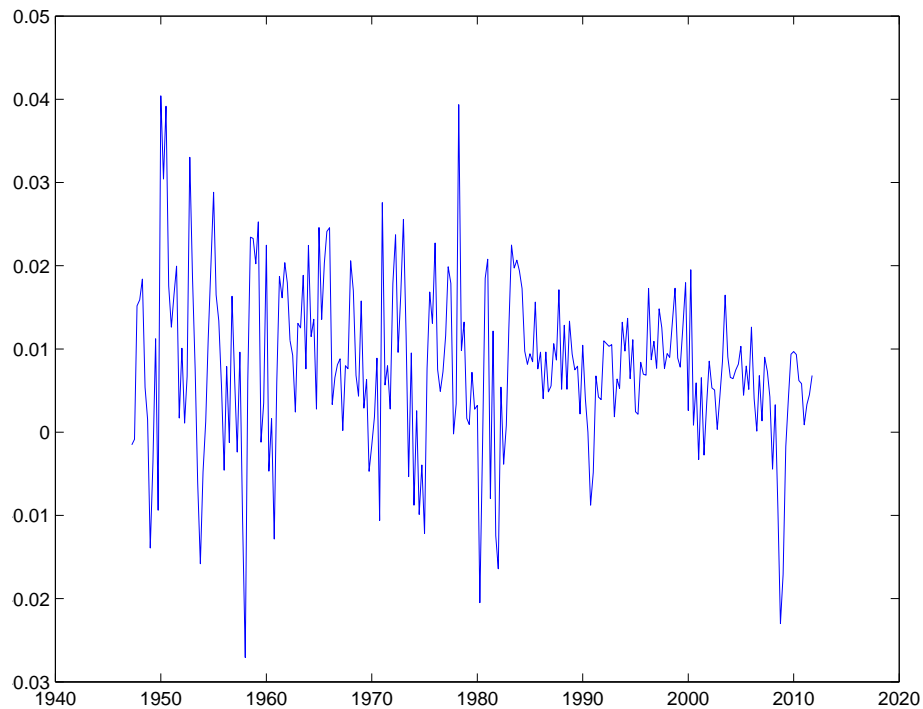
1.b Représenter graphiquement le $yUS = \log(YUS)$ [plot]. Commenter.

```
yUS = log(YUS);
plot(t,yUS);
print('./pdf/App_3_yUS.pdf', '-dpdf')
```



1.c Écrire un script pour créer `gy`, le taux de croissance trimestriel du PIB, et donner une représentation graphique.

```
gy = YUS(2:end)./YUS(1:end-1)-1;
plot(t(2:end),gy);
print('./pdf/App_3_gy.pdf','-dpdf')
```



1.d Comparer numériquement `gy` et `lgy`, la différence première du log de `yUS` [`diff`]. Que vaut l'erreur maximum en valeur absolue ?

```
lgy = diff(yUS);
errmax = max(abs(lgy-gy));
fprintf('erreur maximum : %f\n',errmax);
```

erreur maximum : 0.000795

1.e Écrire un script capable de calculer `gya`, le taux de croissance annuelle du PIB, en moyenne glissante. Peut-on proposer une approximation à partir des taux de croissance trimestrielle ?

Le PIB annuel est égal à la somme des 4 PIB trimestriels. On effectue cette somme sur 4 trimestres glissants

```
YUSa = YUS(4:end) + YUS(3:end-1) + YUS(2:end-2) + YUS(1:end-3) ;
gya = YUSa(5:end)./YUSa(1:end-4) - 1 ;
```

En notant Y_t le PIB annualisé (somme des 4 trimestres entre $t-3$ et t), y_t le PIB trimestriel, g_t le taux de croissance trimestriel et $g_{a,t}$ le taux de croissance annualisé. On a

$$g_t = y_t/y_{t-1} - 1$$

$$Y_t = y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3}$$

$$g_{a,t} = Y_t / Y_{t-4}$$

On a donc

$$g_{a,t} = \frac{y_t + y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3}}{y_{t-4} + y_{t-5} + y_{t-6} + y_{t-7}} - 1$$

En notant $y_{t+i}/y_t \approx 1 + g_{t+i} + g_{t+i-1} + \dots + g_{t+1}$ on peut mettre y_{t-3} en facteur au numérateur, et y_{t-7} en facteur au dénominateur. Il vient :

$$g_{a,t} \approx \frac{y_{t-3}}{y_{t-7}} \frac{4 + g_t + 2g_{t-1} + 3g_{t-2}}{4 + g_{t-4} + 2g_{t-5} + 3g_{t-6}} - 1$$

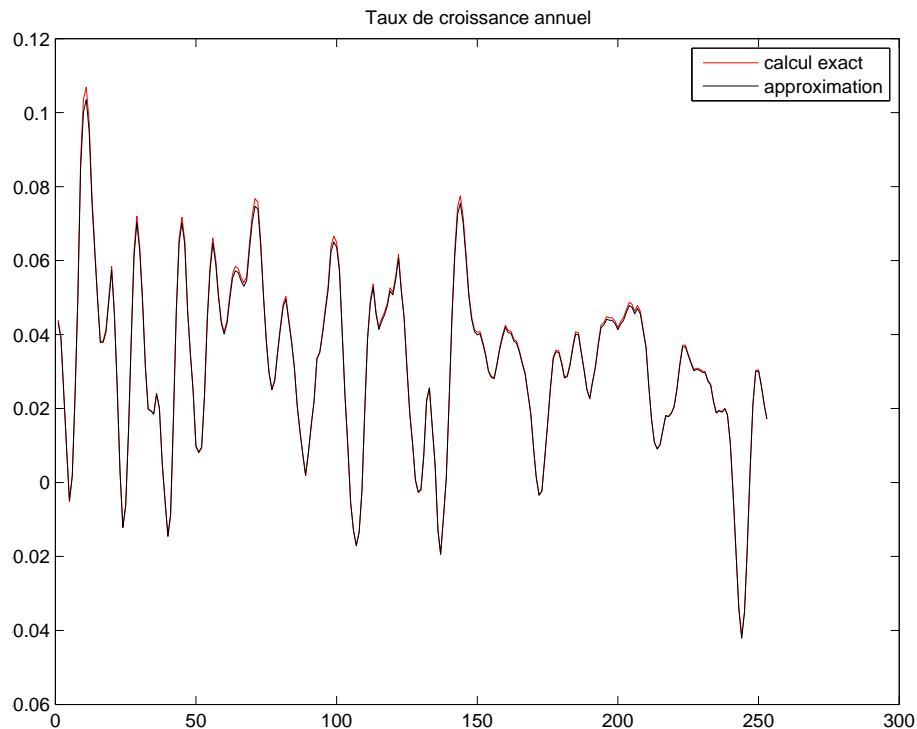
soit

$$g_{a,t} \approx .25g_t + .5g_{t-1} + .75g_{t-2} + g_{t-3} + .75g_{t-4} + .5g_{t-5} + .25g_{t-6}$$

```
gya2 = .25*gy(1:end-6) + .5*gy(2:end-5) + .75*gy(3:end-4) + gy(4:end-3)
+ .75*gy(5:end-2) + .5*gy(6:end-1) + .25*gy(7:end) ;
```

On peut comparer les deux séries

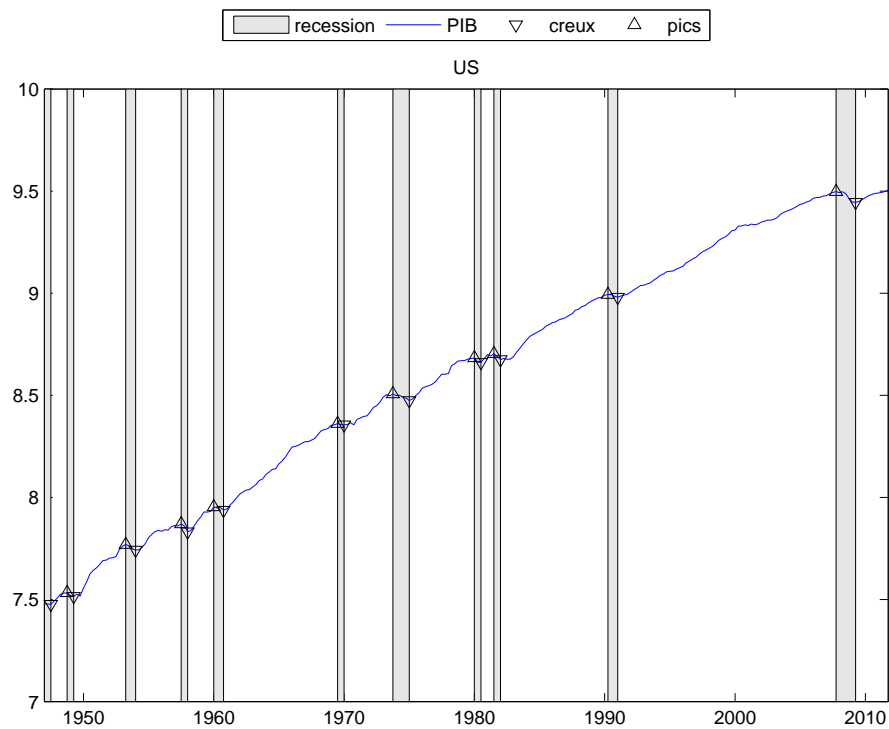
```
t2 = (1:length(gya)) ;
plot(t2,gya,'r',t2,gya2,'k');
legend('calcul exact','approximation');
title('Taux de croissance annuel');
print('./pdf/App_3_gya.pdf','-dpdf')
```



1.f À l'aide de la fonction `tpy`, identifier les phases de récessions à partir du PIB US. Quelles sont les caractéristiques d'un cycle moyen ? En phase de dépression, de combien baisse le PIB réel (précisez l'unité) ? Quelle est l'amplitude des phases d'expansion, en moyenne annuelle ?

```
res = tpy(yUS,t,'US')
print('./pdf/App_3_tpy.pdf', '-dpdf')
```

```
DPP = 26.222
DTT = 24.700
DPT = 3
DTP = 21.700
APT = -0.025521
ATP = 0.22232
```



En phase de dépression, le PIB US baisse de `res.APT` pour `res.DPT` trimestres, soit

```
res.APT/res.DPT*4*100
```

```
ans = -3.4028
```

par année de recession.

Décomposition cycle-tendance déterministe

2.a Créer une variable `trend` qui prend pour valeur $1, 2, \dots, T$, où T est la taille de l'échantillon.

```
T = length(yUS);
trend = (1:T)';
```

2.b Rappeler la formule des moindres carrés ordinaires sous forme matricielle. Que valent numériquement les coefficients de la regression de y_{US} sur $trend$ et une constante ?

Pour effectuer la regression de Y sur X , c.-à-d. trouver b dans l'équation $Y = Xb$, le vecteur b doit vérifier $b = \text{inv}(X' * X) * (X' * Y)$.

```
cst = ones(T,1);
X = [trend cst];
Y = yUS;
b = (X' * X) \ (X' * Y)
```

```
b =
    0.0081017
    7.5476213
```

2.c À partir des deux dates de rupture estimées par Cahn et Saint-Guilhem (2007, ECB-WP), estimer la regression du PIB US y_{US} sur une tendance déterministe linéaire par morceaux [ols].

À partir du document disponible sur internet à l'adresse <http://www.ecb.int/pub/pdf/scpwps/ecbwp828.pdf> on peut voir (Tab. 17, p. 55) les dates estimées de rupture : 1966-III et 1996-I.

```
tb1 = 1966.5 ; % 1966-III
tb2 = 1996.0 ; % 1996-I

y1 = yUS(t<=tb1) ;
y2 = yUS((t>tb1)&(t<=tb2)) ;
y3 = yUS(t>tb2) ;
n1 = length(y1) ;
n2 = length(y2) ;
n3 = length(y3) ;
x1 = [(1:n1)' ones(n1,1)] ;
x2 = [(1:n2)' ones(n2,1)] ;
x3 = [(1:n3)' ones(n3,1)] ;

ols1 = ols(y1,x1);
prt(ols1); figure(2); plt(ols1); xlabel('1947:I-1966:III');
print('./pdf/App_3_ols1.pdf', '-dpdf')
```

Ordinary Least-squares Estimates

```
R-squared      =    0.9785
Rbar-squared   =    0.9782
sigma^2        =    0.0010
Durbin-Watson  =    0.1544
Nobs, Nvars    =    79,    2
```

Variable	Coefficient	t-statistic	t-probability
variable 1	0.009291	59.217328	0.000000
variable 2	7.469604	1033.981248	0.000000

```
ols2 = ols(y2,x2);
prt(ols2); figure(3); plt(ols2); xlabel('1966:IV-1996:I');
print('./pdf/App_3_ols2.pdf','-dpdf')
```

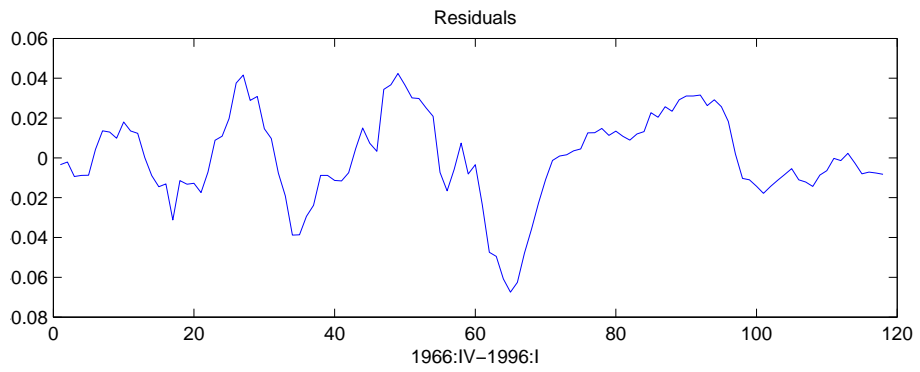
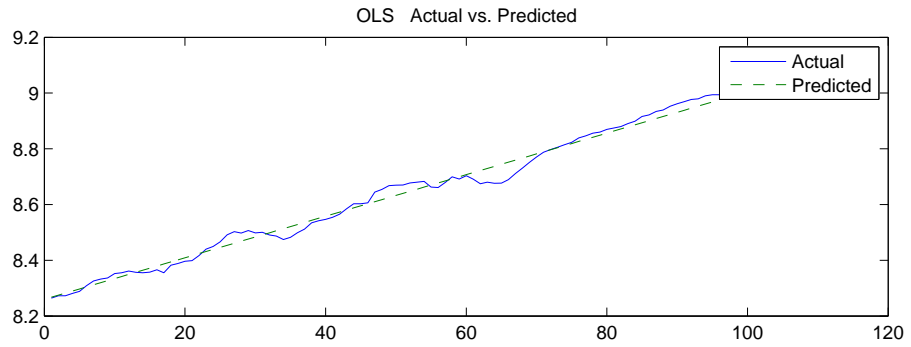
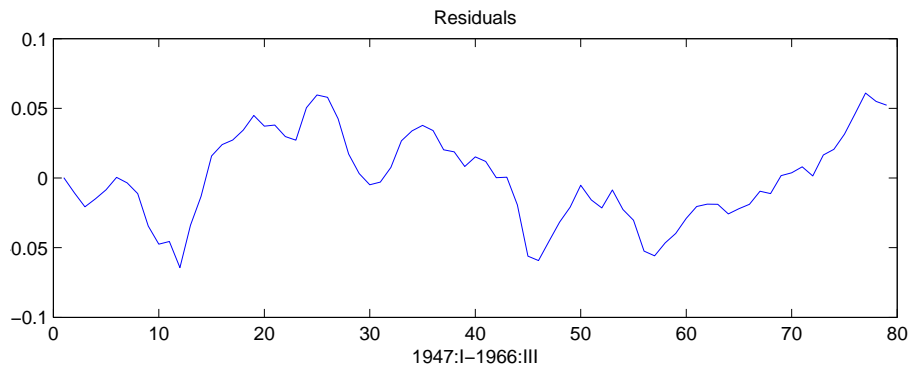
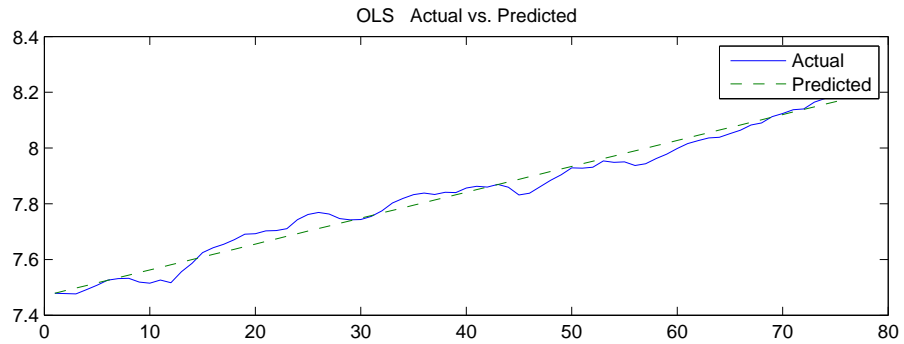
Ordinary Least-squares Estimates

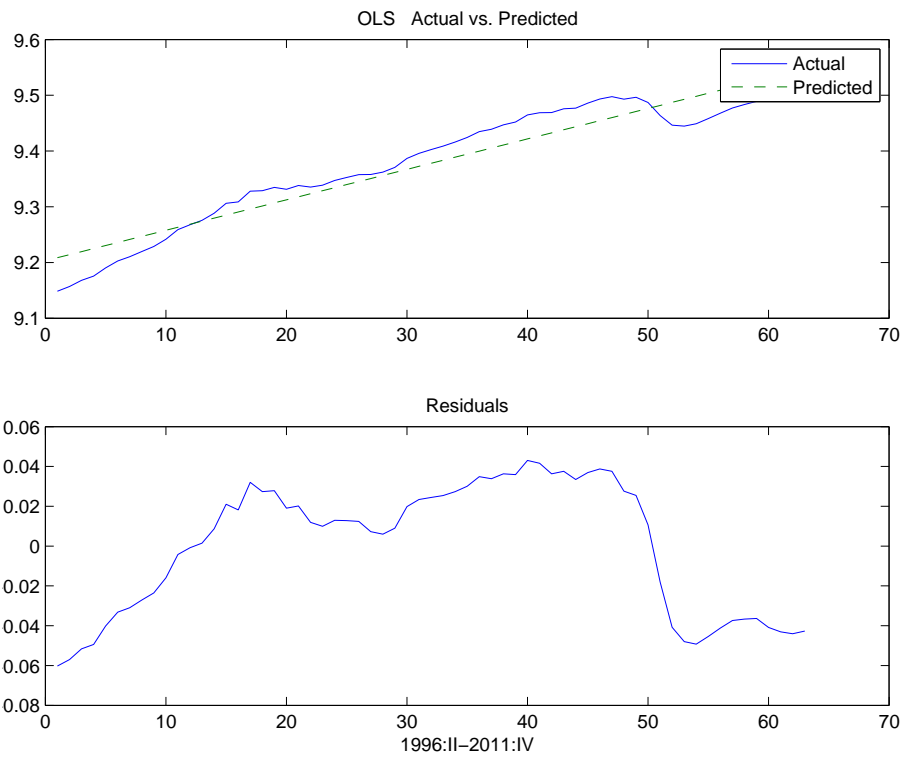
```
R-squared      =    0.9925
Rbar-squared   =    0.9924
sigma^2        =    0.0005
Durbin-Watson =    0.1684
Nobs, Nvars    =   118,    2
*****
Variable       Coefficient    t-statistic    t-probability
variable 1     0.007455        123.733742     0.000000
variable 2     8.259865        1999.709808    0.000000
```

```
ols3 = ols(y3,x3);
prt(ols3); figure(4); plt(ols3); xlabel('1996:II-2011:IV');
print('./pdf/App_3_ols3.pdf','-dpdf')
```

Ordinary Least-squares Estimates

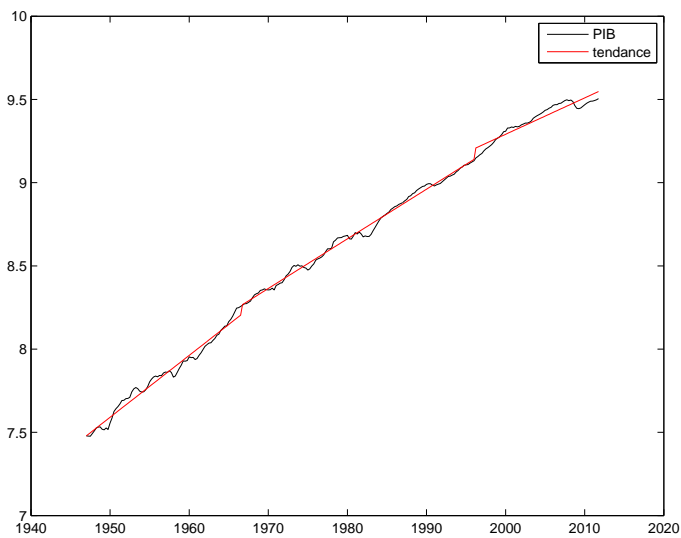
```
R-squared      =    0.9039
Rbar-squared   =    0.9023
sigma^2        =    0.0011
Durbin-Watson =    0.0473
Nobs, Nvars    =    63,    2
*****
Variable       Coefficient    t-statistic    t-probability
variable 1     0.005464        23.950643     0.000000
variable 2     9.203123       1095.987375    0.000000
```





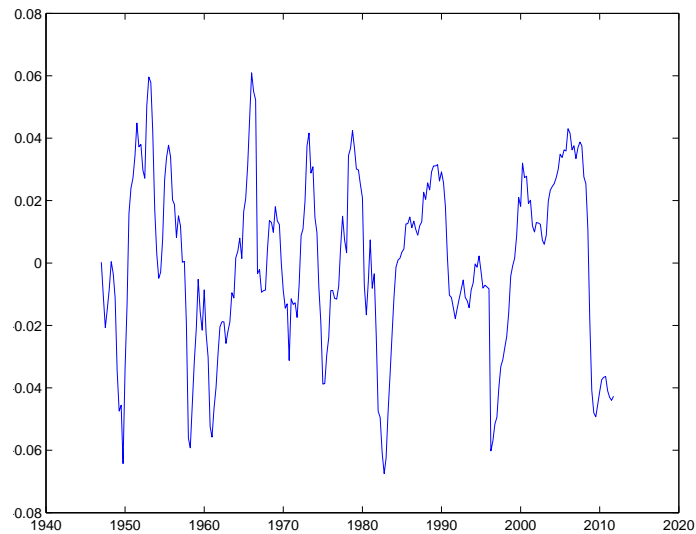
2.d Représenter sur un même graphique le PIB en log et la tendance de la question précédente.

```
yt = [ols1.yhat;ols2.yhat;ols3.yhat];
figure;
plot(t,yUS,'k',t,yt,'r');
legend('PIB','tendance');
print('./pdf/App_3_yUSyt.pdf','-dpdf')
```



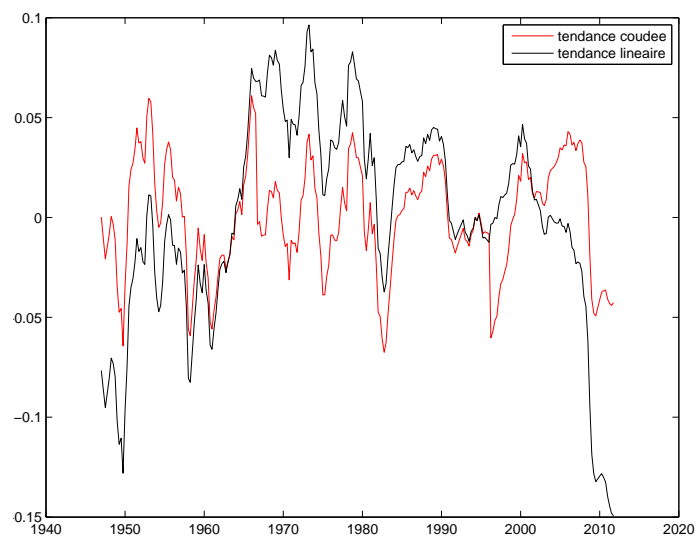
2.e Calculez numériquement la composante cyclique, $yUSc$ à partir de la même tendance déterministe. Représentez la sur un graphique.

```
yUSc = yUS - yt ;
plot(t,yUSc);
print('./pdf/App_3_yUSc.pdf','-dpdf')
```



2.f Calculer la composante cyclique qu'on aurait obtenue avec une tendance sans rupture, $yUS1$. La comparer avec $yUSc$. Commenter.

```
yUS1 = yUS - X*b ;
plot(t,yUSc,'r',t,yUS1,'k');
legend('tendance coudee','tendance lineaire');
print('./pdf/App_3_yUS1.pdf','-dpdf')
```



Modèles ARMA

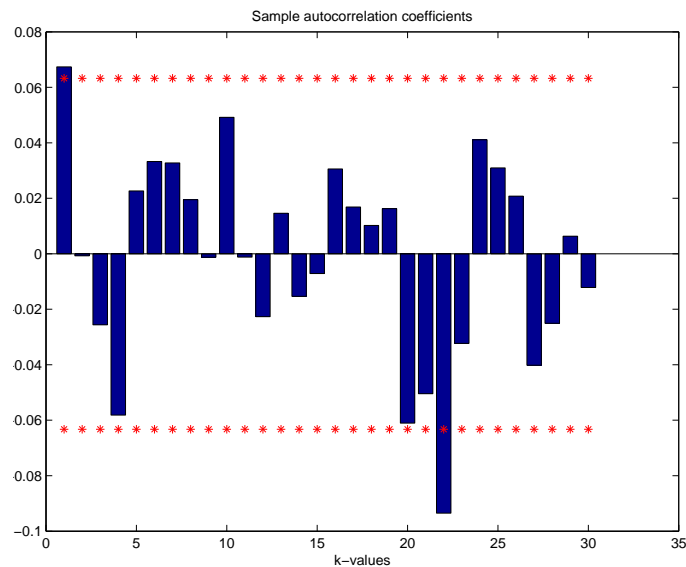
3.a Simuler un bruit blanc gaussien sur 1000 périodes que l'on stockera dans un vecteur colonne `e` [`randn`].

```
e = randn(1000,1);
```

La fonction d'autocorrélation d'une série par rapport à un retard i représente le degré de linéarité de la relation qui relie les observations aux date t et $t - i$. Une corrélation positive entre deux variables indique un mouvement de covariation (et inversement pour une corrélation négative).

3.b Tracer la fonction d'autocorrélation de l'échantillon `e` [`sacf`].

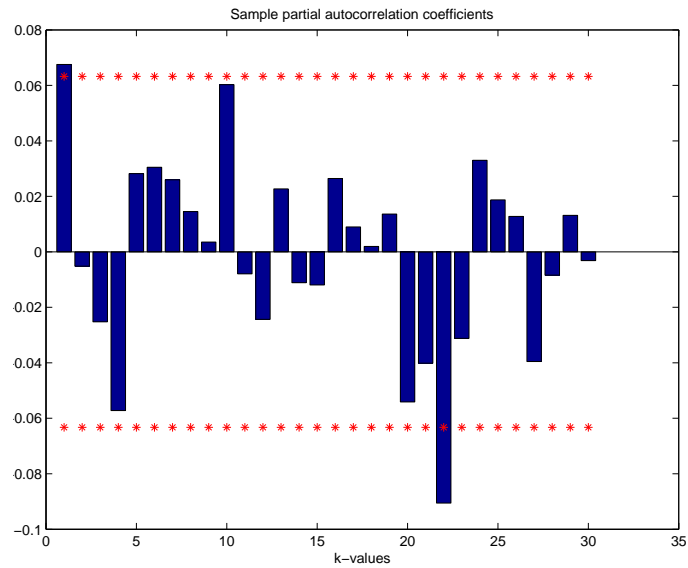
```
sacf(e,30);
print('./pdf/App_3_sacfe.pdf','-dpdf')
```



La fonction d'autocorrélation partielle entre y_t et $y_t - i$ représente la corrélation entre ces variables excluant les effets provenant des valeurs intermédiaires.

3.c Tracer la fonction d'autocorrélation partielle de l'échantillon `e` [`spacf`].

```
spacf(e,30);
print('./pdf/App_3_spacfe.pdf','-dpdf')
```

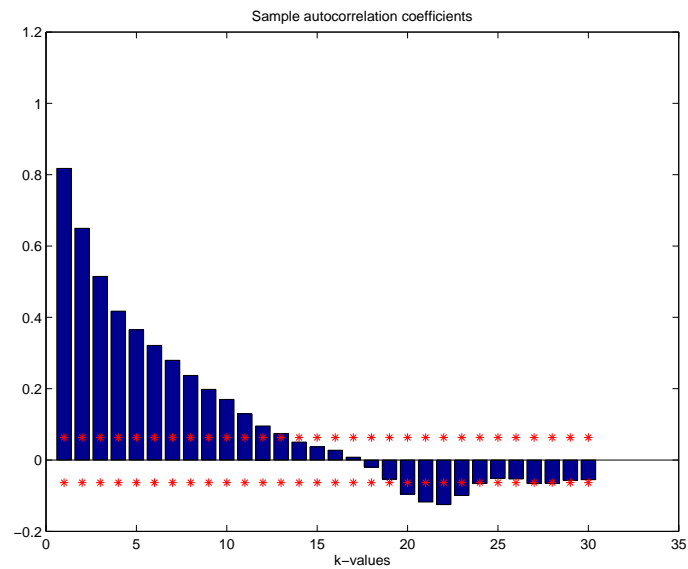


3.d À l'aide d'une boucle `for`, créer un processus autorégressif x , tel que $x_t = 0,8x_{t-1} + \epsilon_t$ avec ϵ_t qui prend les valeurs de `e`.

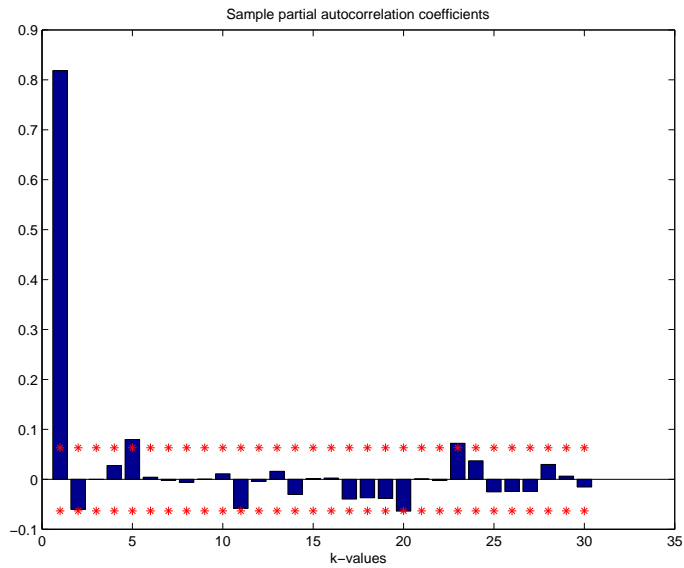
```
x = zeros(1000,1);
x(1) = e(1);
for ii=2:1000, x(ii) = .8*x(ii-1) + e(ii) ; end;
```

3.e Tracer les fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle. Commenter.

```
sacf(x,30);
print('./pdf/App_3_sacfx.pdf','-dpdf')
```

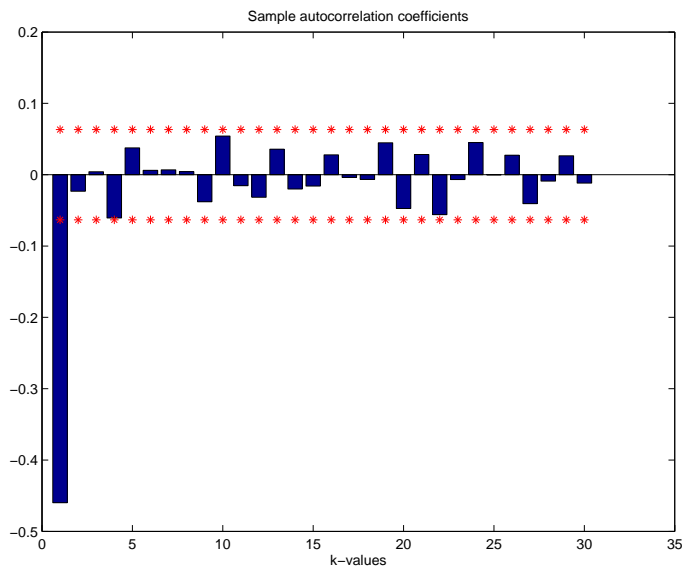


```
spacf(x,30);
print('./pdf/App_3_spacfx.pdf','-dpdf')
```

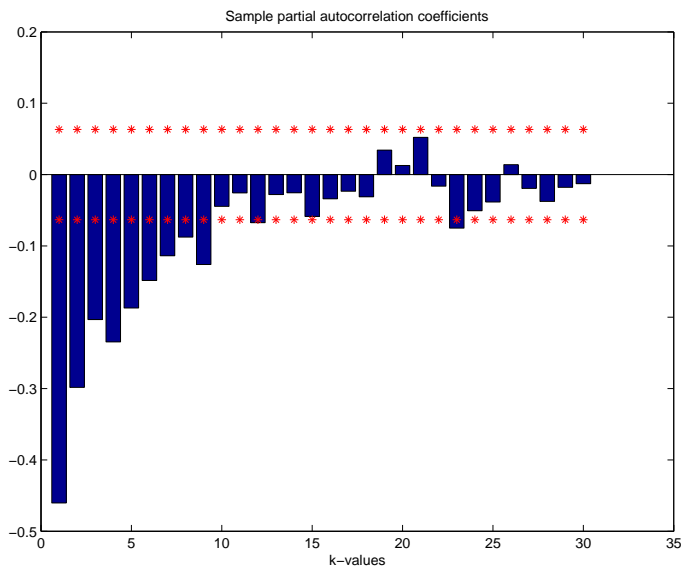


3.f Reprendre les questions 3d et 3e, mais cette fois avec un processus MA(1), du type $m_t = \epsilon_t - 0,9\epsilon_{t-1}$. Commenter.

```
m = zeros(1000,1);
m(1) = e(1);
for ii=2:1000, m(ii) = e(ii) - .9*e(ii-1) ; end;
sacf(m,30);
print('./pdf/App_3_sacfm.pdf','-dpdf')
```



```
spacf(m,30);
print('./pdf/App_3_spacfm.pdf','-dpdf')
```

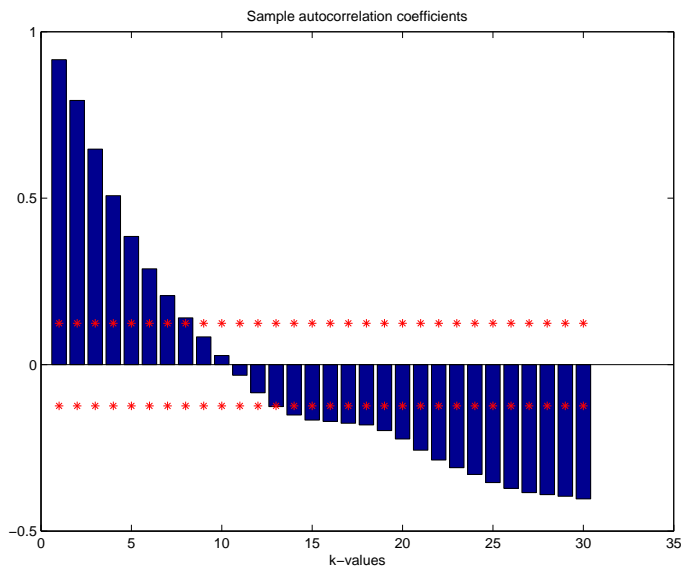


Les graphiques sur lesquels sont représentées les autocorrélations (ACF) et les autocorrélations partielles (PACF) font également apparaître les intervalles de confiance (à 95%). Ils permettent de tester de manière visuelle la significativité ou non des autocorrélations et autocorrélations partielles pour différents décalages temporels. On peut utiliser la règle suivante pour guider le choix du modèle à ajuster sur une série

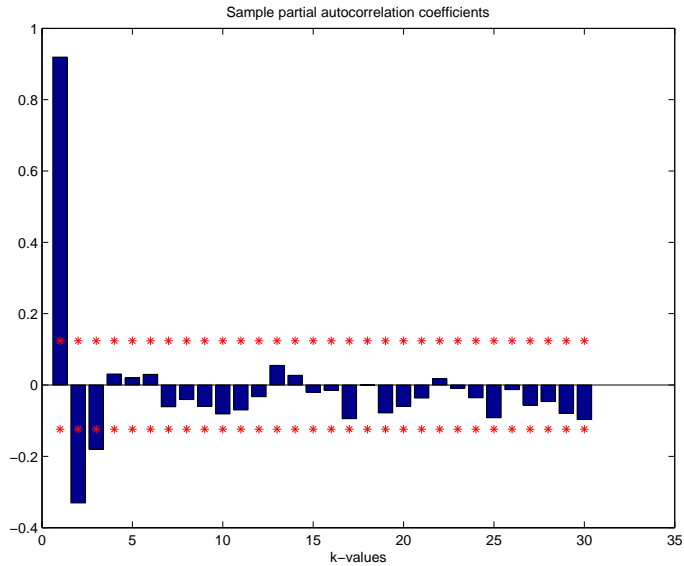
- $MA(q)$: ACF = 0 pour un décalage temporel $i > q$, PACF tend vers 0.
- $AR(p)$: PACF = 0 pour un décalage temporel $i > p$, ACF tend vers 0.
- $ARMA(p,q)$: Combinaison des caractéristiques des $MA(q)$ et $AR(p)$.

3.g Sur la base de ces informations, observer les ACF et PACF du processus yUSc établi en 2e. Quel modèle peut-on proposer ?

```
sacf(yUSc, 30);
print('./pdf/App_3_sacf_yUSc.pdf', '-dpdf')
```

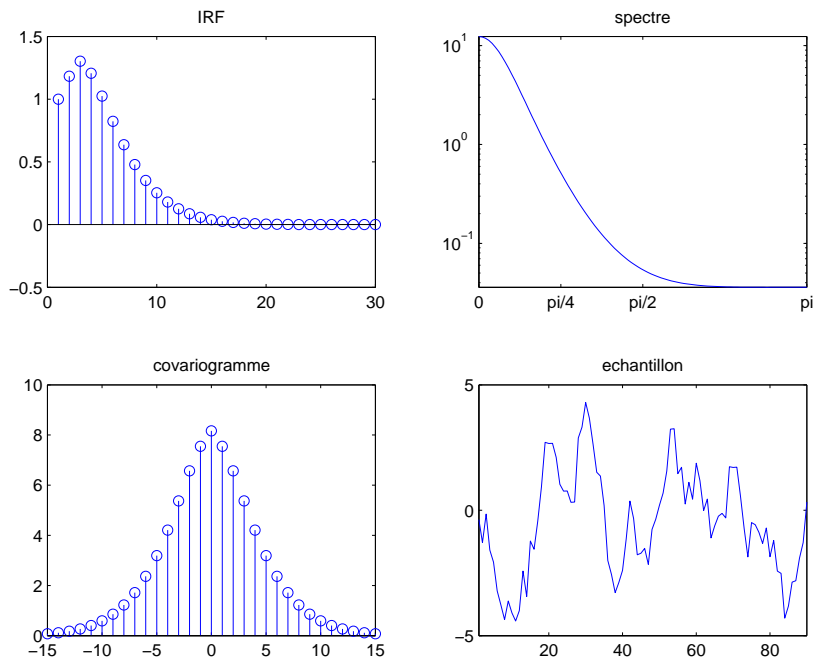


```
spacf(yUSc,30);
print('./pdf/App_3_spacf_yUSc.pdf','-dpdf')
```



3.f Estimer un processus ARMA(2,2) sur la série yUSc [arma]. Quels sont ses propriétés dynamiques (covariogramme, IRF, spectre) ? [bigshow2].

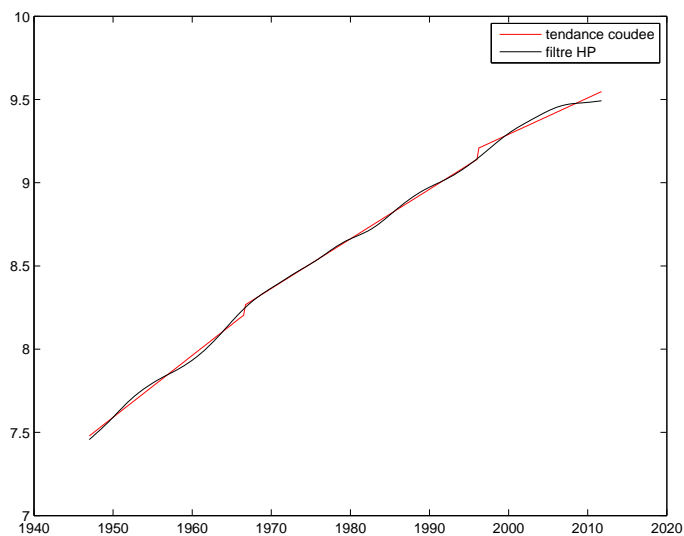
```
armaUS = armaxfilter(yUSc,0,2,2,[],[]);
bigshow2(armaUS(1:2),armaUS(3:4));
print('./pdf/App_3_armaUS.pdf','-dpdf')
```



Filtrage

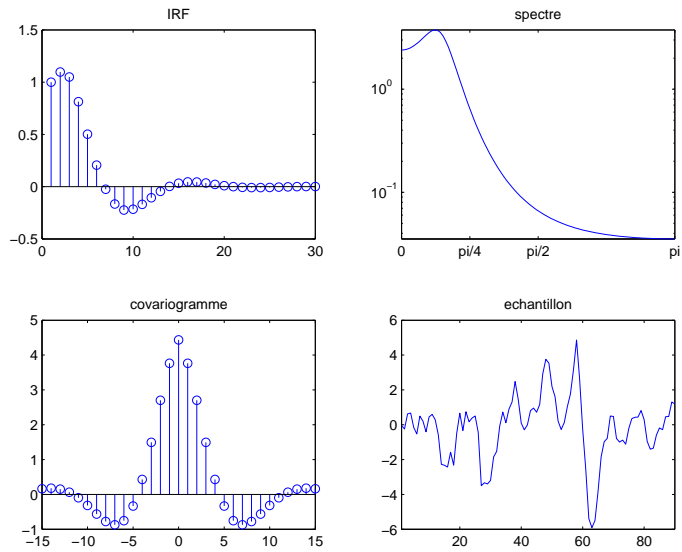
4.a Filtrer la série y_{US} à l'aide du filtre HP et comparer la tendance avec celle estimée en 2c.

```
yUSthp = hptrend(yUS,1600);
figure;plot(t,yt,'r',t,yUSthp,'k');
legend('tendance coudee','filtre HP');
print('./pdf/App_3_yUSthp.pdf','-dpdf')
```



4.b Comparer le spectre d'un processus ARMA(2,2) estimé sur la composante cyclique du PIB issue du filtre HP, y_{UShp} , avec celui du processus estimé en 3f [`hptrend`]. Commenter.

```
yUShp = yUS - yUSthp ;
armaHP = armaxfilter(yUShp,0,2,2,[],[]);
bigshow2(armaHP(1:2),armaHP(3:4));
print('./pdf/App_3_armaHP.pdf','-dpdf')
```



4.c Même chose avec un filtre passe bande [bpass], dont on justifiera la valeur des paramètres utilisés.

```
yUSbp = bpass(yUS,12,32);
armaBP = armaxfilter(yUSbp,0,2,2,[],[]);
bigshow2(armaBP(1:2),armaBP(3:4));
print('./pdf/App_3_armaBP.pdf','-dpdf')
```

