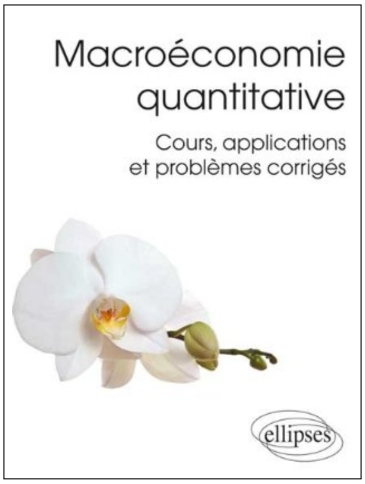

Application Chapitre 7 (corrigé)

Simulation d'un choc monétaire

Dans ce document, je propose une correction de l'application du Chapitre 7 de mon manuel de Macroéconomie quantitative (p.102). Les fonctions et les données utiles sont disponibles sur mon site [a]. Un ou plusieurs scripts Octave/Matlab accompagnent également ce document, dont une partie des éléments qui sont repris et commentés ici, apparaissent sous une police à `chasse fixe`.

a. www.christophecahn.fr/macroquant

Conséquences d'un choc de politique monétaire

Dans ce problème nous allons étudier les effets des chocs technologique et monétaire sur l'activité. Considérons une économie peuplée d'individus qui maximisent leur utilité, c.-à-d. qui résolvent le problème suivant :

$$\max_{\{C_s,H_s,B_s\}_{s=t}^{\infty}} \mathsf{E}_t\left\{\sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}[\ln C_s+\theta\ln(1-H_s)]\right\}$$

sous la contrainte

$$P_sC_s+B_s/R_s\leq W_sH_s+B_{s-1}+D_s,\ \forall s\geq t$$

et b_{t-1} donné, où C_s, H_s, B_s et D_s représentent respectivement le panier de consommation du bien final acquis au prix agrégé P_s, le travail rémunéré au taux de salaire nominal W_s, la quantité d'actifs sans risque (fin de période) acquise au prix R_s^{-1} et les transferts (yc dividendes) de la période s. Les paramètres $\beta\in(0,1)$, $\theta>0$ et sont respectivement le facteur subjectif d'actualisation et la part du loisir dans la fonction d'utilité.

1 Écrire les conditions d'optimalité du ménage que doivent vérifier C_t, B_t et H_t.

Réponse : On écrit le langrangien du problème dynamique

$$\mathscr{L}=\mathsf{E}_t\left\{\sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}\Big[\ln C_s+\theta\ln(1-H_s)+\lambda_s(W_sH_s+B_{s-1}+D_s-P_sC_s-B_s/R_s)\Big]\right\}$$

avec λ_s le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire à la date s.

Les conditions d'optimalité sont

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial C_s}=0\Leftrightarrow 1/C_s=\lambda_sP_s$$

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial H_s}=0\Leftrightarrow \theta/(1-H_s)=\lambda_sW_s$$

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial B_s}=0\Leftrightarrow \lambda_s=\beta\mathsf{E}_t\{\lambda_{s+1}R_s\}$$

En substituant s par t et en éliminant le multiplicateur de Lagrange, il vient

$$\frac{\theta}{1-H_t} = \frac{W_t}{P_t}\frac{1}{C_t}$$

$$1 = \beta \mathsf{E}_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}\frac{P_t}{P_{t+1}}R_t\right\}$$

Le panier de bien C_t est composé d'une variété de biens intermédiaires $C_{i,t}$, $i \in [0,1]$, selon la relation

$$C_t = \left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\,\mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

2 Connaissant le prix $P_{i,t}$ de chaque bien intermédiaire, écrire et résoudre le programme d'un ménage qui cherche l'allocation optimale des biens $C_{i,t}$. Donner également la relation que doit vérifier l'indice des prix agrégés P_t.

Réponse : Le ménage cherche à maximiser la différence entre le montant total de dépense de consommation qu'il a choisi de manière optimale, P_tC_t, et le montant total des dépenses engagées par l'achat des biens intermédiaires, c.-à-d. $\int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}\mathrm{d}i$. Le programme du ménage s'écrit alors

$$\max_{C_{i,t}} P_tC_t - \int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}\mathrm{d}i$$

sous la contrainte

$$C_t = \left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\,\mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

De manière alternative, le problème est équivalent à celui d'un ménage qui cherche à minimiser sa dépense totale en biens intermédiaires pour un niveau donné de consommation agrégée, soit

$$\min_{C_{i,t}} \int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}$$

sous la contrainte

$$\left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\,\mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \geq C_t$$

Pour un ce dernier problème, le lagrangien s'écrit

$$\mathscr{L} = \int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}\mathrm{d}i - \lambda\left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\,\mathrm{d}i\right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

et la condition de premier ordre donne

$$P_{i,t} = \lambda C_t^{1/\varepsilon}C_{i,t}^{-1/\varepsilon} \Leftrightarrow C_{i,t} = (\lambda/P_{i,t})^{\varepsilon}C_t$$

En combinant cette expression dans la contrainte, on obtient

$$\lambda = \left(\int_0^1 P_{i,t}^{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

et en notant que toute la dépense de consommation doit vérifier

$$P_tC_t = \int_0^1 P_{i,t}C_{i,t}\mathrm{d}i$$

on a $\lambda = P_t$ et on obtient les deux conditions

$$P_t = \left(\int_0^1 P_{i,t}^{1-\varepsilon} \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

$$C_{i,t} = (P_t / P_{i,t})^{\varepsilon} C_t$$

Chaque bien intermédiaire est produit par une entreprise i dont la fonction de production à la date t est :

$$Y_{i,t} = \exp(z_t) H_{i,t}$$

où $H_{i,t}$ désigne l'emploi et z_t un choc technologique qui suit un processus AR(1)

$$z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t, \; \epsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\epsilon^2).$$

Le marché du travail est en concurrence parfaite avec un salaire nominal W_t.

3 Comment s'écrit le coût marginal réel de l'entreprise i ?

Réponse : Puisque seul le travail entre dans la fonction de production, le coût total de l'entreprise est

$$CT(Y_{i,t}) = W_t H_{i,t} = W_t \frac{Y_{i,t}}{\exp(z_t)}$$

Le coût marginal est donc

$$Cm(Y_{i,t}) \equiv \frac{\mathrm{d}CT}{\mathrm{d}Y_{i,t}} = \frac{W_t}{\exp(z_t)}$$

et le coût marginal réel est obtenu en divisant par le niveau général des prix

$$cm_t \equiv \frac{Cm(Y_{i,t})}{P_t} = w_t \exp(-z_t)$$

avec $w_t \equiv W_t / P_t$ le salaire réel.

Les entreprises font face à des contraintes qui les empêchent de fixer librement leur prix à chaque période. En particuliers, avec une probabilité α, l'entreprise i ne peut choisir son prix librement et est obligée de maintenir son prix inchangé

$$P_{i,t} = P_{i,t-1}$$

4 Écrire dans ce cas le programme d'une entreprise qui a la possibilité de fixer son prix librement, c.-à-d. de manière optimale.

Réponse : Supposons qu'à la date t l'entreprise a la possibilité d'optimiser son prix. Elle sait qu'à la date $t+1$, son prix sera bloqué avec la probabilité α et donc son profit sera $(P_{i,t} - cm_{t+1} P_t + 1) Y_{i,t+1}$, où on a remplacé le coût total par le coût marginal réel multiplié par le prix et la quantité produite en $t+1$. De même, si en $s \geq t$ l'entreprise n'a toujours pas fixé librement son prix, son profit s'écrira $(P_{i,t} - cm_s P_s) Y_{i,s}$ et cette situation arrivera avec la probabilité α^{s-t}. En actualisant ces flux futurs de profits avec le facteur $\Phi_{s,t}$ (facteur d'actualisation en t d'un flux de profit en s), le profit espéré en t d'une entreprise s'écrit

$$\mathsf{E}_t \left\{ \sum_{s=t}^{\infty} \alpha^{s-t} \Phi_{s,t} (P_{i,t} - cm_s P_s) Y_{i,s} \right\}$$

Le programme de l'entreprise consiste à maximiser cette expression sous la contrainte qu'à chaque période, elle fait face à une demande élastique donnée par

$$Y_{i,s} = (P_s / P_{i,t})^{\varepsilon} C_s$$

On admettra que le taux d'inflation π_t suit la relation

$$\pi_t = \kappa cm_t + \beta \mathsf{E}_t\{\pi_{t+1}\}$$

avec $\kappa \equiv (1-\beta\alpha)(1-\alpha)/\alpha$ et cm_t la log-deviation par rapport à l'état stationnaire du coût marginal réel. Par ailleurs, l'autorité monétaire fixe le taux d'intérêt nominal i_t en suivant la règle

$$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_y y_t + \nu_t,\ \nu_t \sim \text{i.i.d. } N(0,\sigma_\nu^2)$$

avec $\phi_\pi > 1$, $\phi_y > 0$, y_t la log-déviation de la production par rapport à l'état stationnaire et ν_t un choc monétaire.

5 En se servant des réponses aux questions précédentes et en admettant que la log-déviation de la consommation vérifie $c_t = y_t$, écrire les trois équations de l'équilibre économique reliant les variables i_t, y_t et π_t.

Réponse : On reprend les CPO du programme du ménage

$$\frac{\theta}{1-H_t} = \frac{W_t}{P_t}\frac{1}{C_t}$$

$$1 = \beta \mathsf{E}_t\left\{\frac{C_t}{C_{t+1}}\frac{P_t}{P_{t+1}}R_t\right\}$$

et on considère des petites variations de chaque variable par rapport à leur valeur de régime permanent :

$$\frac{\theta}{1-H_t} = \frac{W_t}{P_t}\frac{1}{C_t} \Rightarrow \frac{\theta}{1-\bar{H}(1+h_t)} = \frac{\bar{w}(1+w_t)}{\bar{C}(1+c_t)}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{(1-\bar{H})(1-\frac{\bar{H}}{1-\bar{H}}h_t)} \approx \frac{\bar{w}}{\bar{C}}(1+w_t-c_t)$$

avec cette fois w_t la log-déviation du salaire réel. Il vient donc, puisque à l'état stationnaire $\theta/(1-\bar{H}) = \bar{w}/\bar{C}$

$$\phi_h h_t = w_t - c_t$$

avec $\phi_h = \bar{H}/(1-\bar{H})$.

L'approximation au 1er ordre de la seconde CPO donne

$$c_t = \mathsf{E}_t\{c_{t+1}\} - (i_t - \mathsf{E}_t\{\pi_{t+1}\})$$

en notant $\pi_t = p_t - p_t + 1$, p_t étant la log-déviation de P_t. En utilisant $c_t = y_t$ il vient

$$y_t = \mathsf{E}_t\{y_{t+1}\} - (i_t - \mathsf{E}_t\{\pi_{t+1}\})$$

D'après l'expression de coût marginal réel, il vient

$$cm_t = w_t - z_t$$

avec cette fois cm_t la log-déviation du coût marginal réel. Combiné avec la CPO de l'arbitrage consommation/loisir, on a

$$cm_t = \phi_h h_t + c_t - z_t$$

À partir de la fonction de production agrégée, on a

$$Y_t = \int_0^1 Y_{i,t}\mathrm{d}i = \exp(z_t)\int_0^1 H_{i,t}\mathrm{d}i = \exp(z_t)H_t$$

on a égalemnet

$$y_t = z_t + h_t$$

Le coût marginal s'écrit alors

$$cm_t = (1 + \phi_h)(y_t - z_t)$$

Les trois équations sont donc

$$y_t = \mathsf{E}_t\{y_{t+1}\} - (i_t - \mathsf{E}_t\{\pi_{t+1}\})$$
$$\pi_t = \kappa(1 + \phi_h)(y_t - z_t) + \beta\mathsf{E}_t\{\pi_{t+1}\}$$
$$i_t = \phi_\pi\pi_t + \phi_y y_t + \nu_t$$

6 À l'aide du programme `dynare`, résoudre et calculer les IRF du modèle suite à un choc technologique et un choc monétaire. Commenter. **Réponse** : Exemple de fichier `App_7_nkm.mod` utilisable par dynare pour simuler le modèle

```
// Modèle nouveau keynésien nkm.mod

var y p i z ;
varexo e nu ;

parameters k b a ap ay rho sige signu h ph;
a = .9 ;
b = .98 ;
k = (1-b*a)*(1-a)/a ;
h = .3 ;
ph = h/(1-h) ;
ap = 1.5 ;
ay = .125 ;
rho = 0.9 ;
sige = .007 ;
signu = .005 ;

model;
  y = y(+1) - (i - p(+1)) ;
  p = b*p(+1) + k*(1+ph)*(y - z) ;
  i = ap*p + ay*y + nu ;
  z = rho*z(-1) + e ;
end;

shocks;
  var e; stderr sige ;
  var nu; stderr signu ;
end;

stoch_simul(irf=60);
```

Pour lancer la résolution du modèle, il suffit de se placer dans le répertoire où se situe le fichier `App_7_nkm.mod` et taper dans la console Matlab (ou Octave)

```
dynare App_7_nkm
```

On a alors les sorties

MATRIX OF COVARIANCE OF EXOGENOUS SHOCKS

Variables	e	nu
e	0.000049	0.000000
nu	0.000000	0.000025

POLICY AND TRANSITION FUNCTIONS

	y	p	i	z
z(-1)	0.267658	-0.100372	-0.117100	0.900000
e	0.297398	-0.111524	-0.130112	1.000000
nu	-0.867231	-0.016243	0.867231	0

THEORETICAL MOMENTS

VARIABLE	MEAN	STD. DEV.	VARIANCE
y	0.0000	0.0065	0.0000
p	0.0000	0.0018	0.0000
i	0.0000	0.0048	0.0000
z	0.0000	0.0161	0.0003

VARIANCE DECOMPOSITION (in percent)

	e	nu
y	54.82	45.18
p	99.79	0.21
i	18.84	81.16
z	100.00	0.00

MATRIX OF CORRELATIONS

Variables	y	p	i	z
y	1.0000	-0.7092	-0.9270	0.7404
p	-0.7092	1.0000	0.3928	-0.9990
i	-0.9270	0.3928	1.0000	-0.4341
z	0.7404	-0.9990	-0.4341	1.0000

COEFFICIENTS OF AUTOCORRELATION

Order	1	2	3	4	5
y	0.4933	0.4440	0.3996	0.3596	0.3237
p	0.8982	0.8083	0.7275	0.6548	0.5893
i	0.1696	0.1526	0.1374	0.1236	0.1113
z	0.9000	0.8100	0.7290	0.6561	0.5905

Total computing time : 0h00m08s

Figure 1 – Réponses dynamiques à un choc technologique

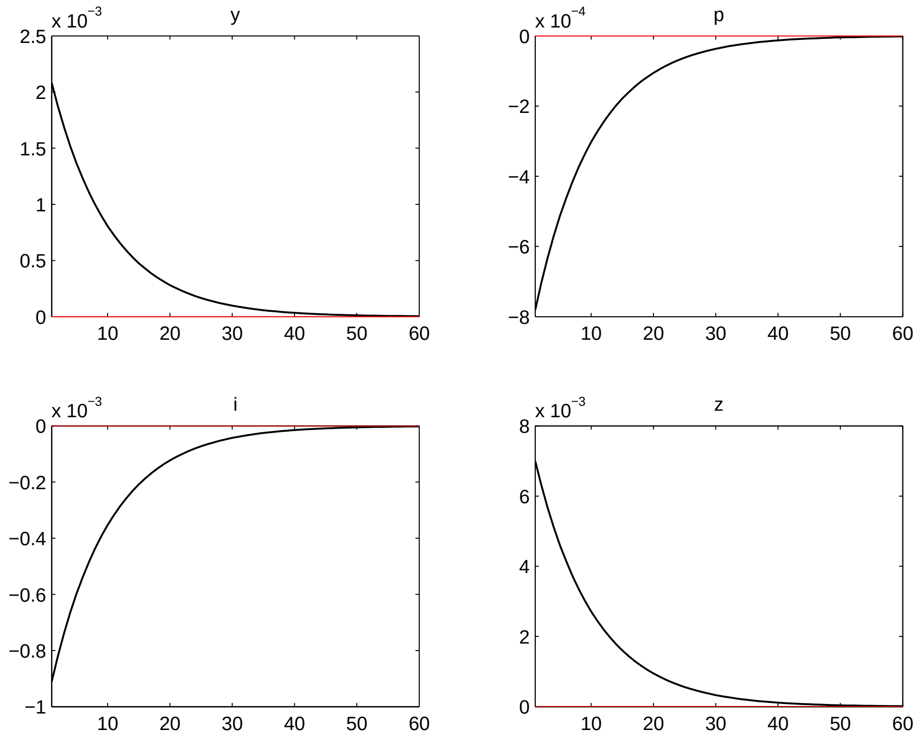

Figure 2 – Réponses dynamiques à un choc monétaire