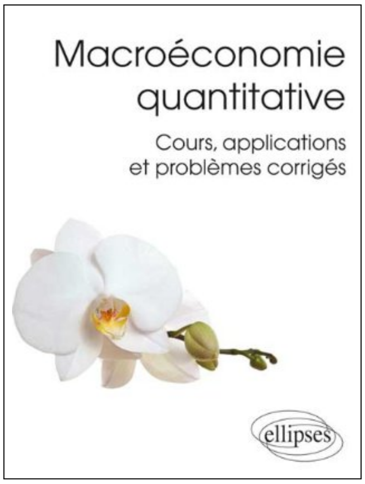



# Application Chapitre 9 (corrigé)

## Choc technologique et chômage

Dans ce document, je propose une correction de l'application du Chapitre 9 de mon manuel de Macroéconomie quantitative (p.123). Les fonctions et les données utiles sont disponibles sur mon site[a]. Un ou plusieurs scripts Octave/Matlab accompagnent également ce document, dont une partie des éléments qui sont repris et commentés ici, apparaissent sous une police à `chasse fixe`.

*a.* www.christophecahn.fr/macroquant

## Modèle d'appariement

Nous nous proposons dans cet exercice d'analyser les effets d'un choc technologique sur le chômage d'équilibre. Pour répondre à cette question, nous allons utiliser un modèle de cycle dynamique stochastique (DSGE) incluant un mécanisme de recherche et d'appariement sur le marché du travail.

## Le modèle

L'hypothèse clé dans le modèle de recherche et d'appariement consiste à considérer comme coûteuse la recherche d'emploi sur le marché du travail, pour laquelle les appariements entre travailleurs et employeurs sont issus d'une fonction d'appariement agrégée, à la manière d'une fonction de production qui prendrait en entrée les travailleurs inoccupés et les postes vacants.

Le fait que la recherche sur le marché du travail soit coûteuse implique l'émergence d'un surplus à l'issue d'un appariement, qui doit alors être partagé entre les protagonistes en fonction d'un processus de négociation.

Nous commençons par étudier les frictions sur le marché du travail. On représente le nombre d'appariements (contrats de travail effectifs) à la date $t$ par $m_t$. Ce nombre est déterminé par une combinaison du taux de chômage, $u_t$, et du nombre d'offres de poste, $v_t$, telle que

$$m_t = \bar{m} v_t^{\vartheta} u_t^{1-\vartheta}$$

où $u_t = 1 - n_t$ avec $n_t$ l'emploi (la population active est normée à un). On note $\rho \in (0, 1)$ le taux de destruction d'emploi, exogène et constant.

**1a** Donner la loi d'évolution de l'emploi.

**Réponse** : Le stock d'emplois suit l'évolution

$$n_{t+1} = (1 - \rho) n_t + m_t$$

On note $\theta_t \equiv v_t / u_t$ une mesure de la flexibilité du marché du travail (*labor market tightness*).

**1b** En notant $q_t$ et $s_t$ les probabilités de remplir une offre de poste pour une entreprise et de trouver un poste pour un travailleur respectivement, expirmer $q_t$ et $s_t$ en fonction de $\theta_t$ et des paramètres du modèle.

**Réponse** : La probabilité de remplir une offre de poste pour une entreprise est donnée par le ratio des appariements sur le stock de postes vacants

$$q_t = \frac{m_t}{v_t} = \bar{m}\theta_t^{\vartheta-1} = q(\theta_t)$$

De la même manière, la probabilité de trouver un poste pour un travailleur est donnée par le ratio du nombre d'appariement sur celui du nombre de travailleurs inoccupés

$$s_t = \frac{m_t}{u_t} = \bar{m}\theta_t^{\vartheta} = \theta_t q(\theta_t)$$

## Vacance d'emploi

Un ensemble d'entreprises identiques produit des biens à partir du travail $h_t$ selon la fonction de production

$$y_t = A_t h_t$$

avec $A_t$ la productivité agrégée. On suppose qu'il existe autant d'entreprises que de travailleurs effectifs, c.-à-d. $n_t$. On suppose également que chaque travailleur offre une unité de travail de manière inélastique et donc $h_t = 1$ pour tout $t$.

Ces biens sont ensuite vendus au prix unitaire aux ménages. Afin de recruter sa force de travail, une entreprise publie une offre de poste et encourt de ce fait un coût $\kappa > 0$.

**2a** En notant $w_t$ le coût du travail, $0 < \beta < 1$ le facteur social d'actualisation et $J_t$ la valeur actualisée tirée d'un emploi occupé, déterminer l'équation de Bellman vérifiée par $J_t$. On supposera que le facteur d'actualisation de $J_t$ est donné par $\beta\lambda_{t+1}/\lambda_t$, avec $\lambda_t$ l'utilité marginale de la consommation du ménage.

**Réponse** : La valeur courante fournie par un emploi occupé est donné par le profit courant de l'entreprise, c.-à-d. $y_t - w_t$. L'emploi est conservé à la période suivante avec la probabilité $1-\rho$. L'équation de Bellman suivie par $J_t$ s'écrit donc

$$J_t = A_t - w_t + (1-\rho)\beta \mathsf{E}_t\left\{\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} J_{t+1}\right\}$$

**2b** On note la valeur tirée d'un poste vacant $V_t$. Déterminer l'équation de Bellman vérifiée par $V_t$.

**Réponse** : La valeur courante d'un poste vacante est donnée par le coût engendré par la publication de l'offre, $-\kappa$. Avec la probabilité $q_t$, le poste est pourvu. L'équation de Bellman s'écrit donc

$$V_t = -\kappa + \beta \mathsf{E}_t\left\{\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right)(q_t J_{t+1} + (1-q_t)V_{t+1})\right\}$$

La condition de libre entrée sur la publication des offres implique qu'à l'équilibre, $V_t \equiv 0$.

**2c** En utilisant la condition de libre entrée, écrire l'équation dynamique qui détermine notamment l'évolution de $q_t$.

**Réponse** : L'équation de libre entrée implique

$$\frac{\kappa}{q_t} = \beta \mathsf{E}_t\left\{\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} J_{t+1}\right\}$$

La valeur d'un poste peut s'écrire également

$$J_t = A_t - w_t + (1-\rho)\frac{\kappa}{q_t}$$

La probabilité $q_t$ suit alors la condition dynamique

$$\frac{\kappa}{q_t} = \beta \mathsf{E}_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left( A_{t+1} - w_{t+1} + (1-\rho) \frac{\kappa}{q_{t+1}} \right) \right\}$$

Le coût attendu de la publication d'un poste, $\kappa$ divisé par la probabilité de pourvoir ce poste, $q_t$, doit être égal au profit attendu d'avoir ce poste pourvu.

## Surplus du travailleur

On suppose que les travailleurs sont complètement assurés des chocs idiosyncratiques de revenus, par les membres de la famille à laquelle ils appartiennent. La consommation est donc répartie identiquement sur tous les membres de la famille, quelque soit leur état. On considère alors que les conditions sont réunies pour lesquelles les travailleurs peuvent être traités de manière identique, sans avoir à suivre les richesses individuelles. Le travail entrepris par les membres de la famille entraîne un coût en termes d'utilité constant $\chi$.

Le ménage représentatif cherche à résoudre le problème d'optimisation suivant

$$\max \mathsf{E}_t \left\{ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} (\ln c_s - \chi n_t) \right\}$$

sous la contrainte

$$b_s/(1+r_s) - b_{s-1} = w_s n_s + (1-n_s)\psi - c_s - \tau_s, \ s \geq t$$

avec $b_s$ les titres d'emprunts détenus par les ménages (nul à l'équilibre) et $r_s$ le taux d'intérêt réel des titres. La consommation est notée $c_s$ et $\tau_s$ représente une taxe forfaitaire. Le paramètre $\psi$ représente les indemnités chômage.

**3a** Donner la condition du premier ordre relative à l'arbitrage intertemporel de la consommation.

**Réponse** : Le lagrangien du problème du ménage s'écrit

$$\mathscr{L}_t = \mathsf{E}_t \left\{ \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} [\ln c_s - \chi n_t + \lambda_s (w_s n_s + (1-n_s)\psi - c_s - \tau_s - b_s/(1+r_s) + b_{s-1})] \right\}$$

avec $\lambda_s$ le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte budgétaire. Il vient

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_s} = 0 \Rightarrow \frac{1}{c_t} = \lambda_t$$

et

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial b_s} = 0 \Rightarrow \frac{1}{1+r_t} = \beta \mathrm{E}_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \right\}$$

On note $W_t$ et $U_t$ la valeur marginale d'un travailleur employé et inoccupé respectivement.

**3b** Écrire les équations de Bellman vérifiées par $W_t$ et $U_t$, et donnez une expression du surplus d'un travailleur occupé $S_t = W_t - U_t$.

**Réponse** : Un travailleur tire une utilité courante de son emploi $\lambda_t w_t - \chi$. En se rappelant que le taux de séparation est $\rho$, il vient

$$W_t = \lambda_t w_t - \chi + \beta \mathrm{E}_t \{(1-\rho) W_{t+1} + \rho U_{t+1}\}$$

De la même manière, on se rappelle que $s_t$ est la probabilité qu'un travailleur trouve un poste. On a donc

$$U_t = \lambda_t \psi + \beta \mathsf{E}_t \{s_t W_{t+1} + (1-s_t) U_{t+1}\}$$

En faisant la différence de ces deux équations, il vient

$$S_t = \lambda_t w_t - \chi - \psi \lambda_t + \beta \mathsf{E}_t \{(1-\rho-s_t) S_{t+1}\}$$

## Conditions d'équilibre

On suppose que les travailleurs et les entreprises négocient sur le salaire à chaque période. Cette négociation est représenté par le résultat de la maximisation du produit de Nash

$$\max_{w_t} S_t^{\eta}(\lambda_t J_t)^{1-\eta}$$

où $\eta$ est un paramètre qui représente le pouvoir de négociation des travailleurs.

**4a** Quelle est la condition du premier ordre de ce problème ?

**Réponse** : On cherche à résoudre

$$\max_{w_t} \mathcal{N}_t \equiv S_t^{\eta}(\lambda_t J_t)^{1-\eta}$$

avec

$$S_t = \lambda_t w_t - \chi - \psi\lambda_t + \beta \mathsf{E}_t\{(1-\rho-s_t)S_{t+1}\}$$

et

$$J_t = A_t - w_t + (1-\rho)\frac{\kappa}{q_t}$$

La condition d'optimalité est

$$\frac{\partial \mathcal{N}_t}{\partial w_t} = 0 \Rightarrow \frac{\eta}{1-\eta}\frac{J_t\lambda_t}{S_t} = 1$$

**4b** Déduire de l'équation précédente la relation vérifiée par le salaire d'équilibre. Commenter

**Réponse** : À partir de l'équation précédente, on a

$$\frac{S_t}{\lambda_t} = \frac{\eta}{1-\eta}J_t.$$

L'équation d'évolution du surplus $S_t$ peut s'écrire

$$\frac{S_t}{\lambda_t} = w_t - \chi c_t - \psi + \beta \mathsf{E}_t\left\{(1-\rho-s_t)\frac{S_{t+1}}{\lambda_{t+1}}\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right\},$$

ou de manière équivalente

$$\frac{\eta}{1-\eta}J_t = w_t - \chi c_t - \psi + (1-\rho-s_t)\frac{\eta}{1-\eta}\underbrace{\beta \mathsf{E}_t\left\{J_{t+1}\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right\}}_{=\kappa/q_t}.$$

En utilisant l'expression de $J_t$, il vient

$$\frac{\eta}{1-\eta}\left(A_t - w_t + (1-\rho)\frac{\kappa}{q_t}\right) = w_t - \chi c_t - \psi + (1-\rho-s_t)\frac{\eta}{1-\eta}\frac{\kappa}{q_t},$$

qui donne en simplifiant

$$w_t = \eta(A_t + \kappa\theta_t) + (1-\eta)(\chi c_t + \psi)$$

en tenant compte du fait que $s_t/q_t = \theta_t$.

Le salaire est une combinaison du coût d'opportunité de travailler pour un travailleur et la valeur d'un poste pour une entreprise, y compris l'économie faite sur la non publication d'une nouvelle offre, $\kappa\theta_t$.

## 0.1 Simulations

Le modèle est bouclé par la relation d'équilibre sur le marché des biens

$$A_t n_t = c_t + \kappa v_t,$$

et par le processus suivi par la productivité

$$\ln A_t = \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0, \sigma_A^2)$$

**5a** Regrouper les conditions qui définissent l'équilibre dynamique de cette économie et donner une version log-linéarisée autour de l'état stationnaire de ce système.

**Réponse** : L'équilibre est défini par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
m_t &= \bar{m} v_t^{\vartheta} u_t^{1-\vartheta} \\
u_t &= 1 - n_t \\
n_{t+1} &= (1-\rho) n_t + m_t \\
c_t + \kappa v_t &= A_t n_t \\
q_t &= m_t / v_t \\
s_t &= m_t / u_t \\
\theta_t &= v_t / u_t \\
\beta \mathrm{E}_t \left\{ \frac{c_t}{c_{t+1}} (1 + r_t) \right\} &= 1 \\
\frac{\kappa}{q_t} &= \beta \mathrm{E}_t \left\{ \frac{c_t}{c_{t+1}} \left( A_{t+1} - w_{t+1} + (1-\rho) \frac{\kappa}{q_{t+1}} \right) \right\} \\
w_t &= \eta (A_t + \kappa \theta_t) + (1-\eta)(\chi c_t + \psi) \\
\ln A_t &= \rho_A \ln A_{t-1} + \epsilon_t
\end{aligned}$$

soit 11 équations pour 11 variables endogènes : $m_t$, $v_t$, $u_t$, $n_t$, $c_t$, $A_t$, $q_t$, $s_t$, $r_t$, $w_t$, $\theta_t$.

On note $\hat{x}_t$ la log-déviation d'une variable $x_t$ par rapport à sa valeur de régime permanent $\bar{x}$. Le système précédent devient

$$\begin{aligned}
\hat{m}_t &= \vartheta \hat{v}_t + (1-\vartheta) \hat{u}_t \\
\hat{u}_t &= -\phi_u \hat{n}_t \\
\hat{n}_{t+1} &= (1-\rho) \hat{n}_t + \rho \hat{m}_t \\
\frac{\bar{c}}{\bar{n}} \hat{c}_t + \kappa \frac{\bar{v}}{\bar{n}} \hat{v}_t &= \hat{a}_t + \hat{n}_t \\
\hat{q}_t &= \hat{m}_t - \hat{v}_t \\
\hat{s}_t &= \hat{m}_t - \hat{u}_t \\
\hat{\theta}_t &= \hat{v}_t - \hat{u}_t \\
\hat{c}_t &= \mathsf{E}_t\{\hat{c}_{t+1}\} - (1-\beta) \hat{r}_t \\
\hat{q}_t &= \mathsf{E}_t\{\hat{c}_{t+1}\} - \hat{c}_t - \beta \frac{\bar{q}}{\kappa} (\hat{a}_{t+1} - \bar{w} \hat{w}_{t+1}) + \beta (1-\rho) \hat{q}_{t+1} \\
\bar{w} \hat{w} &= \eta (\hat{a}_t + \kappa \bar{\theta} \hat{\theta}_t) + (1-\eta) \chi \bar{c} \hat{c}_t \\
\hat{a}_t &= \rho_A \hat{a}_{t-1} + \epsilon_t
\end{aligned}$$

avec $\phi_u \equiv (1 - \bar{u}) / \bar{u}$

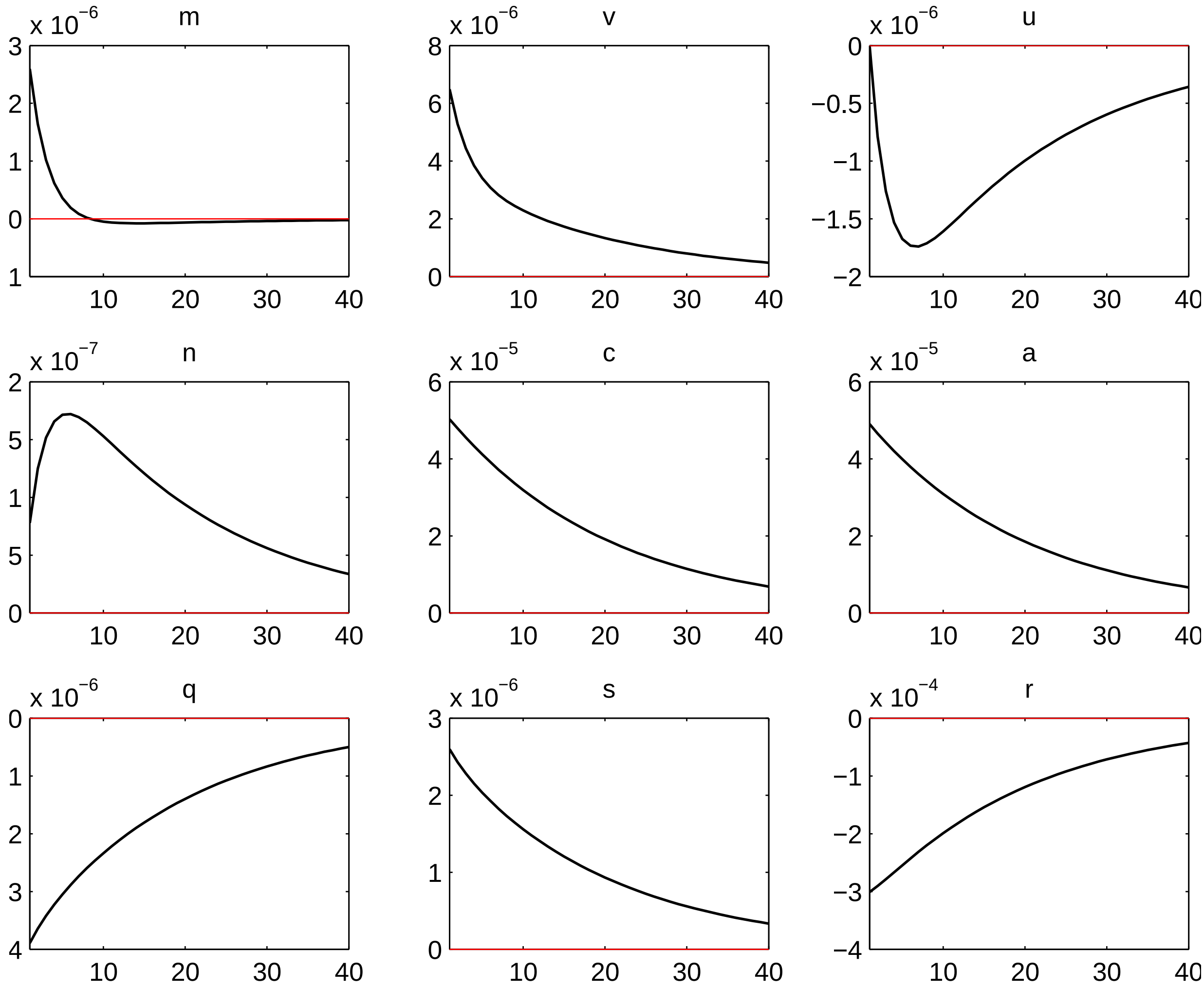
**5b** À l'aide de `dynare`, résoudre et simuler le modèle.

```
var m, v, u, n, c, a, q, s, r, w, tet ;
varexo ea ;

predetermined_variables n ;


parameters mbar vtet phiu rho cbar nbar kap vbar bet qbar wbar eta tetbar chi rhoA sigA ;
mbar = .5 ;
vtet = .4 ;
tetbar  = (.7/mbar)^(1/vtet) ;
phiu = (1-.09)/.09 ;
rho  = .03 ;
qbar  = mbar*tetbar^(vtet-1) ;
vbar  = tetbar*.09 ;
nbar  = 1 - .09 ;
kap  = .42*qbar ;
bet  = .992 ;
cbar  = nbar - kap*vbar ;
chi = 1/nbar ;
eta  = .5 ;
wbar  = eta*(1+kap*tetbar) + (1-eta)*(chi*cbar+.65) ;
rhoA  = .95 ;
sigA  = .007 ;

model;
  m = vtet*v + (1-vtet)*u ;
  u = -phiu*n ;
  n(+1) = (1-rho)*n + rho*m ;
  cbar/nbar*c + kap*vbar/nbar*v = a + n ;
  q = m - v ;
  s = m - u ;
  tet = v - u ;
  c = c(+1) -(1-bet)*r ;
  q = c(+1) - c - bet*qbar/kap*(a(+1) - wbar*w(+1)) + bet*(1-rho)*q(+1) ;
  wbar*w = eta*(a + kap*tetbar*tet) +  (1-eta)*chi*cbar*c ;
  a = rhoA*a(-1) + sigA*ea ;
end;

shocks;
  var ea; stderr .007 ;
end;

stoch_simul(order= 1);
```

**5c** Quel est l'effet d'un choc postitif sur le chômage ?

**Réponse** : Suite à la réalisation d'un choc technologique positif, le chômage diminue.

**Figure 1** – IRF


x 10^−6 m
x 10^−6 v
x 10^−6 u
x 10^−7 n
x 10^−5 c
x 10^−5 a
x 10^−6 q
x 10^−6 s
x 10^−4 r
10 20 30 40